

Documento de Trabajo: N° 29/2020

Madrid, abril de 2020

El gap entre esperanzas de vida: Una evidencia que afecta a la política de pensiones

Jorge Bravo, Mercedes Ayuso y
Edward Palmer

Informe PISA sobre Educación Financiera elaborado por



con el apoyo de BBVA

Documento número 29 – Documentos Mi Jubilación

El gap entre esperanzas de vida: Una evidencia que afecta a la política de pensiones – II Trimestre 2020

Mercedes Ayuso: Catedrática de Estadística Actuarial en la Universitat de Barcelona (Departamento de Econometría, Estadística y Economía española, Riskcenter-UB). Directora del Máster en Dirección de Entidades Aseguradoras y Financieras de la Universitat de Barcelona.

Jorge Miguel Bravo: Profesor de Economía en la Universidade de Évora, profesor invitado en la Universidade Nova de Lisboa - ISEGI y en la Université Paris-Dauphine (París IX), coordinador del ORBio - Observatorio del Riesgo Biométrico de la población asegurada de Portugal, Asociación Portuguesa de Aseguradoras.

Edward Palmer: vocal del Foro de Expertos, doctor en Economía y profesor de Economía de la Seguridad Social en la Universidad de Uppsala (Suecia).

Las opiniones y conclusiones aquí expresadas no pueden atribuirse a ninguna institución con la que estemos asociados y todos los posibles errores son nuestra responsabilidad.

Madrid, abril de 2020

Códigos

H55, G22, C63, C53, H23.

Palabras clave

Esperanza de vida periodo y cohorte; reformas de pensiones; combinación de modelos estocásticos de mortalidad; equidad actuarial intergeneracional; indexación de pensiones.

Resumen

La inclusión de la esperanza de vida como indicador biométrico por excelencia ha ido ganando peso en las reformas de los sistemas de pensiones en los distintos países. Es el caso, por ejemplo, de España y Portugal, países en los que se ha aprobado un factor de sostenibilidad basado en el número esperado de años de vida para las personas a partir de su jubilación, aunque en el caso de España su aplicación (prevista para 2019) se ha pospuesto. La estimación del número de años de vida para una persona a una determinada edad puede hacerse por métodos alternativos. Conocer la relación sistemática entre la esperanza de vida periodo y cohorte, y cómo evoluciona en el tiempo, es fundamental en el diseño de productos para la jubilación y en la evaluación del balance actuarial de los sistemas de pensiones. En este estudio presentamos estimaciones del gap en la esperanza de vida a diferentes edades a partir de los datos de la *Human Mortality Database* (2019) para el periodo 1960-2018, generando proyecciones hasta el año 2050 para 42 países. En el estudio se utiliza un nuevo método de proyección basado en la combinación bayesiana de seis modelos GAPC (*Generalized Age Period-Cohort*) de proyección estocástica de mortalidad. Tomando como principio de cálculo el cumplimiento de la equidad actuarial (el volumen de contribuciones al sistema de pensiones por una persona a lo largo de su vida debe ser equivalente al volumen de prestaciones que recibe) presentamos un ejemplo numérico de cómo calcular un índice de indexación de las pensiones que tenga en cuenta el gap existente en la estimación de la esperanza de vida.

Índice

1. Introducción	5
2. Metodología	7
3. Datos	10
4. Resultados	11
5. Indexación de las pensiones en función de la esperanza de vida	17
6. Conclusiones	20
Referencias	21

1. Introducción

Diferentes países de la OCDE han respondido a los aumentos en la longevidad de su población (sobre todo, de la población jubilada) con reformas en sus sistemas de pensiones. Aunque dichas reformas se han llevado a cabo tomando como base criterios alternativos fundamentados en la búsqueda de la sostenibilidad, la suficiencia y/o la equidad de los sistemas previsionales, el uso de factores correctores calculados en base a estimaciones y proyecciones de la esperanza de vida realizadas por los institutos oficiales de estadística de los respectivos países ha sido la forma de proceder más habitual. En este sentido, el cálculo de la esperanza de vida en la edad de jubilación se ha realizado fundamentalmente mediante la aplicación de metodologías periodo (Ayuso, Bravo y Holzmann, 2018). No obstante, en un contexto de continua caída de las tasas de mortalidad, sobre todo, en edades avanzadas (Alho, Bravo y Palmer, 2013), el uso de esperanzas de vida periodo conduce a una infraestimación sistemática del número esperado de años de vida a partir de la jubilación. Esta infraestimación afecta a la solvencia tanto de los sistemas de pensiones públicos como privados.

Ayuso, Bravo y Holzmann (2019) introducen el concepto de gap en la esperanza de vida para medir la diferencia sistemática entre la esperanza de vida periodo y cohorte a una determinada edad y periodo, expresada en términos del modelo estocástico de mortalidad Lee-Carter (1992). El gap expresa la cantidad (en años de vida) en que la esperanza de vida periodo calculada para un individuo de edad x en un año t difiere de la esperanza de vida de la cohorte que alcanza la edad x en dicho año t . De esta forma, cuando el gap es positivo, representa una estimación de los años extra de vida de los que disfrutará una cohorte dada como consecuencia de las mejoras esperadas en el comportamiento de la mortalidad.

En el contexto de las pensiones, el gap puede utilizarse como una *proxy*, a nivel individual, del alcance de las prestaciones garantizadas no cubiertas como consecuencia de la medida incorrecta del número de años que le quedan por vivir a la persona; es decir, de la cantidad en que el monto total a recibir en concepto de pensión excede al valor acumulado para su cobertura. Puede interpretarse, por tanto, como una medida de la deuda implícita transferida entre generaciones (en un sistema de prestación definida, por ejemplo, como el español, entre las generaciones que reciben pensión y las generaciones que trabajan). Conocer la relación entre las esperanzas de vida periodo y cohorte, cuantificar la diferencia que puede existir entre sus estimaciones, y medir cómo se espera que evolucione el gap entre ambos valores son aspectos críticos que deben formar parte de cualquier política previsional en pensiones y de los análisis demográficos.

En este documento presentamos estimaciones del gap entre esperanzas de vida en edades avanzadas para 42 países de la OCDE, desagregados por sexo, y utilizando información de la *Human Mortality Database* desde 1960 hasta 2050. Asumiendo que la tasa de descuento equivale a la tasa de inflación, las estimaciones del gap son posteriormente utilizadas para estimar las coberturas no previstas como consecuencia de la elección de un indicador inadecuado para medir la esperanza de vida. El cálculo del subsidio (tasa) indica la medida a la que deberían crecer (decrecer) las aportaciones individuales acumuladas para alcanzar el mismo nivel de prestación que el derivado del uso de esperanzas de vida periodo. Se toma como base el cálculo del factor actuarial utilizado para la conversión de las contribuciones financieras/nocionales en las correspondientes pensiones de jubilación, en un sistema de contribución definida. En el trabajo se continúa con el análisis realizado en Ayuso, Bravo y Holzmann (2018, 2019) y se proponen diferentes actuaciones en política de pensiones para corregir el gap en la estimación de las esperanzas de vida, esta vez, en el ámbito de la definición de un factor anual de indexación de las pensiones vinculado a esperanzas de vida. A diferencia de los factores de sostenibilidad, comúnmente aplicados en un solo momento, el de entrada de la persona en la jubilación (cobro de la primera pensión), el factor de revalorización considera el porcentaje de incremento (reducción) anual de las pensiones a lo largo de la vida del pensionista. La idea, por tanto, es condicionar la indexación anual de las pensiones a las desviaciones observadas entre las esperanzas de vida observadas y esperadas.

En la literatura, como se detalla en Ayuso, Bravo y Holzmann (2018), se ha propuesto un destacable número de modelos estocásticos de mortalidad para modelizar la dinamicidad de las tasas de mortalidad, tanto para la población en general,¹ como para grupos poblacionales específicos (modelos de mortalidad multipoblacionales).² Adicionalmente, se han propuesto métodos para modelizar las dinámicas de las tasas de mortalidad con aplicaciones a los mercados de capital y mercados aseguradores.³

A diferencia de las esperanzas de vida calculadas en base a métodos estáticos (periodo), las esperanzas de vida cohorte están normalmente sujetas a un mayor riesgo de modelo (por ejemplo, el riesgo de una selección inadecuada de método) y a un mayor riesgo de parámetros (por ejemplo, el riesgo de una estimación inadecuada de los parámetros del modelo) básicamente porque las tendencias pasadas no tienen por qué reproducirse en el futuro. Esta incertidumbre es probablemente la razón fundamental que justifica el uso, por parte de los organismos oficiales de estadística y, por defecto, de los decisores políticos, de esperanzas de vida periodo en sus estimaciones.

El artículo se estructura como sigue. En el apartado 2 se presenta la metodología usada en la investigación. En el apartado 3 se describen los datos utilizados. En el apartado 4 se detallan los resultados obtenidos en la medición del gap observado y proyectado entre la esperanza de vida periodo y cohorte, por edad, sexo, y para los diferentes países a lo largo de los años, estimando los subsidios (tasas) implícitos que pueden producirse a nivel intergeneracional derivados de las reformas en pensiones que relacionan las prestaciones a esperanzas de vida periodo. En el apartado 5 se presenta una aplicación numérica para una de las posibles soluciones: la indexación de las pensiones utilizando la corrección asociada al gap entre esperanzas de vida. Finalmente, en el apartado 6 se detallan las principales conclusiones e implicaciones del análisis realizado.

¹ Ver, por ejemplo, Lee y Carter (1992), Brouhns et al. (2002), Renshaw y Haberman (2003, 2006), Currie, Durban y Eilers (2004), Cairns et al. (2006a, 2009), Hyndman y Ullah (2007), Booth y Tickle (2008), Plat (2009), Hunt y Blake (2014, 2015), Currie (2016), Hunt y Villegas (2017), Villegas, Millossovich y Kaishev (2018), Palmer, Alho, y Zhao de Gosson de Varennes (2019), Blake et al. (2019) y referencias en los mismos.

² Ver, por ejemplo, Li y Lee (2005), Cairns et al. (2011), Dowd et al. (2011), Li, Zhou y Hardy (2015), Zhu, Tan, y Wang (2017), Villegas et al. (2017) y referencias en los mismos.

³ Ver, por ejemplo, Milevsky y Promislow (2001), Dahl (2004), Biffis (2005), Cairns, Blake y Dowd (2006a,b, 2008), Biffis y Millossovich (2006), Schräger (2006), Bravo (2011), Blackburn y Sherris (2013), Bravo y Nunes (2020), y referencias en los mismos.

2. Metodología

En este trabajo aplicamos una nueva metodología basada en una combinación bayesiana (*Bayesian Model Ensemble -BME-*) de seis conocidos modelos estocásticos de mortalidad *GAPC* (*Single Population Generalised Age-Period-Cohort*), cada uno de los cuales contribuye desde un punto de vista probabilístico a la proyección de esperanzas de vida cohorte y periodo y al gap entre esperanzas de vida (Bravo, Ayuso, Holzmann y Palmer, 2020). Los métodos de aprendizaje combinados entrenan varios modelos y usan reglas para combinarlos con el objeto de hacer predicciones. Proporcionan una aproximación estadística innovadora para realizar inferencia ante la existencia de múltiples modelos que compiten, y, al compararlos con un único modelo, se demuestra que mejoran los resultados predictivos tradicionales, siendo cada vez más utilizados en el contexto de las ciencias sociales y de la salud (ver, por ejemplo, Kontis et al. (2017)). Una de sus principales ventajas reside en que reducen la incertidumbre en la elección del mejor modelo de predicción (riesgo de modelo).

Ayuso, Bravo y Holzmann (2019) introducen el concepto de gap entre esperanzas de vida como la diferencia sistemática entre la esperanza de vida (completa) cohorte⁴ y la esperanza de vida (completa) **periodo para una determinada población a la edad x en un año t :**

$$\dot{e}_{x,g}^{Gap}(t) := \dot{e}_{x,g}^C(t) - \dot{e}_{x,g}^P(t) \quad (1)$$

con $\dot{e}_{x,g}^{Gap}(t) \in \mathbb{R}$.

El gap en la ecuación (1) puede ser positivo (en la mayoría de los casos) o negativo, en función de los avances esperados de reducción de mortalidad, e indica, en años de vida, en qué cantidad la esperanza de vida periodo a la edad x en el año t difiere de la esperanza de vida para la cohorte que alcanza la edad x en el año t . Por tanto, es un estimador de los años añadidos (disminuidos) que una determinada cohorte tendrá como consecuencia de las mejoras esperadas (o de los deterioros esperados) en la mortalidad futura. La esperanza de vida periodo solo coincidirá con la esperanza de vida cohorte cuando las tasas de mortalidad no cambien en el tiempo. De esta forma el gap puede ser interpretado también como una especie de indicador de las tendencias futuras en longevidad. Un gap positivo, pero decreciente (creciente) apuntaría a una desaceleración (aceleración) en las mejoras esperadas de mortalidad. Un gap igual a cero en edades muy avanzadas sugeriría que la población analizada puede estar alcanzando la frontera de supervivencia humana. Un gap negativo indicaría que la esperanza de vida se espera que descienda en el futuro.

Cuando $\dot{e}_{x,g}^{Gap}(t) > 0$, la esperanza de vida periodo se convierte en un indicador retardado de la esperanza de vida cohorte e infraestima la cantidad de vida de los individuos. Nótese que a diferencia de la esperanza de vida cohorte, que es una variable aleatoria y requiere de proyecciones de mortalidad, el cálculo de la esperanza de vida periodo para un pasado t es objetiva, y no está sujeto a riesgo de modelo o riesgo de parámetros (excepto, a veces, en las edades extremas, por las metodologías usadas en este caso para ajustar menores números de observaciones).

⁴ Ver en Ayuso et al. (2001) *Estadística Actuarial Vida* el proceso de cálculo de las esperanzas de vida completas y su relación con las esperanzas de vida abreviadas. Las esperanzas de vida completas se calculan asumiendo distribución de uniformidad en la mortalidad.

El gap entre esperanzas de vida cambia a lo largo del tiempo porque las mejoras en las tasas de mortalidad fluctúan, debido, por ejemplo, a aceleraciones o desaceleraciones del proceso de envejecimiento, puntos de inflexión en las tendencias a largo plazo de la mortalidad o simplemente desaceleraciones del envejecimiento en las cohortes más jóvenes, a medida que el proceso de envejecimiento progresa a edades mayores.

Equidad actuarial y tasas/subsidios implícitos

La magnitud estimada del gap entre esperanzas de vida (periodo y cohorte) a la edad de jubilación, y su comparación con la esperanza de vida periodo, puede ser utilizada en el análisis de la equidad actuarial intergeneracional (Ayuso, Bravo, y Holzmann 2017, 2018, 2019; Bravo, Ayuso, Holzmann, y Palmer, 2020). Como se demuestra en los trabajos mencionados, asumiendo que el nivel de indexación equivale a la tasa de descuento, la variación entre la estimación para el monto total por pensiones como consecuencia de usar esperanzas de vida periodo y el derivado de utilizar esperanzas de vida cohorte vendrá dado por:

$$\Delta^d PW_{x_r,g}(t) = B_t^{x_r(t)} [\dot{e}_{x_r,g}^C(t) - \dot{e}_{x_r,g}^P(t)] = B_t^{x_r(t)} \dot{e}_{x_r,g}^{Gap}(t) \quad (2)$$

Donde $PW_{x_r,g}(t)$ indica el monto total de pensiones para un individuo de la generación g que se jubila a la edad x_r para el que se calcula su variación, $B_t^{x_r(t)}$ indica la pensión inicial calculada en la edad de retiro que se multiplica por el correspondiente gap, o diferencia entre la esperanza de vida cohorte y periodo. La ecuación (2) puede considerarse una *proxy* de la cantidad de prestaciones por pensiones cobrada por los trabajadores jubilados como consecuencia de haber adoptado una medida incorrecta en la medición de la cantidad de vida futura. Cuanto mayor sea el gap, más significativa será la deuda implícita transferida a generaciones futuras.

No obstante, las implicaciones del gap entre esperanzas de vida para los pensionistas actuales y futuros depende del tipo de sistema que existe en cada país. Por ejemplo, en los esquemas NDB (prestación definida no financiera), comunes a la mayoría de países de la OCDE (como España y Portugal), es probable que la infraestimación de las prestaciones sea mayor debido al escaso vínculo actuarial entre las contribuciones de los trabajadores y las prestaciones de las personas jubiladas. Además, el uso de una medida inadecuada de longevidad influye directamente en el cálculo de la edad legal de jubilación y el diseño de bonificaciones (penalizaciones) para las jubilaciones posteriores (anteriores) a la edad legal señalada. Como se demuestra en Bravo, Ayuso, Holzmann y Palmer (2020), el gap supone una tasa/subsidio *ex ante* $S_{x_r,g}(t)$, que se interpreta como la cantidad que unas generaciones pagarán a otras, a menos que se tomen medidas para corregir la diferencia en las estimaciones de la esperanza de vida y hacer el sistema actuarialmente justo. Por tanto,

$$S_{x_r,g}(t) := \frac{\dot{e}_{x_r,g}^{Gap}(t)}{\dot{e}_{x_r,g}^P(t)} \times 100 = \left(\frac{\dot{e}_{x_r,g}^C(t)}{\dot{e}_{x_r,g}^P(t)} - 1 \right) \times 100. \quad (3)$$

con $S_{x_r, g}(t) \in \mathbb{R}$. En la ecuación (3), valores negativos suponen tasas para las generaciones actuales, mientras que los valores positivos suponen subsidios. Cuanto mayor sea el gap, más distanciamiento se produce del alcance de esquemas de pensiones neutrales y actuarialmente justos a nivel intergeneracional.

Proyección de la mortalidad: aproximación BME (Bayesian Model Ensemble)

A diferencia de otros estudios previos que a menudo usan un único modelo para predecir las tasas de mortalidad o las esperanzas de vida, en este trabajo proponemos una nueva aproximación basada en la combinación de seis conocidos modelos estocásticos (tabla 1), los cuales contribuyen desde un punto de vista probabilístico a la proyección de las esperanzas de vida periodo y cohorte futuras, y del gap entre las mismas. La aproximación BME (*Bayesian Model Ensemble*) mejora el problema de sacar conclusiones basadas en un único modelo, condicionando la inferencia estadística a la combinación de los diferentes modelos estadísticos incluidos inicialmente en el análisis. Remitimos al lector a Bravo, Ayuso, Holzmann y Palmer (2020) para la consulta exhaustiva de la metodología planteada.

Tabla 1. Estructura de los modelos de mortalidad estocásticos GAPC

Model	Predictor	Original reference
M1	$\eta_{x,t} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}$	Brouhns et al. (2002)
M2	$\eta_{x,t} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}$	Currie (2006)
M3	$\eta_{x,t} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$	Renshaw and Haberman (2006)
M4	$\eta_{x,t} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)}$	Cairns, Blake and Dowd (2006a)
M5	$\eta_{x,t} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)} + \left((x - \bar{x})^2 - \sigma \right) \kappa_t^{(3)} + \gamma_{t-x}$	Cairns et al. (2009)
M6	$\eta_{x,t} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x}) \kappa_t^{(2)} + (\bar{x} - x)^+ \kappa_t^{(3)} + \gamma_{t-x}$	Plat (2009)

(Generalised Age-Period-Cohort) usados en el análisis

3. Datos

En el análisis usamos las series históricas de fallecimiento y de población para 42 países en diferentes regiones del mundo, entre los que se encuentran Portugal y España, obtenidas de la *Human Mortality Database* (HMD, 2019). Los procedimientos usados por la HMD en la obtención de datos relacionados con los indicadores demográficos fundamentales (recuentos de censos, contabilización de nacimientos,...) facilitan la comparación entre los diferentes países. En la tabla 2 se presentan los países considerados en el análisis, junto con detalles sobre la disponibilidad de datos para cada uno de ellos. El estudio tiene en cuenta a países de renta media-alta de Norteamérica, Europa central y occidental, Asia y Pacífico, así como también Latinoamérica.

Tabla 2. Países seleccionados (HMD) y datos disponibles usados

Available data	Countries and Regions
1960 – 2016	Australia (AUS), Belarus (BLR), Canada (CAN), Denmark (DNK), Iceland (ISL), Netherlands (NDL), Poland (POL), Spain (ESP), England & Wales (ENW), Scotland (SCO), Northern Ireland (NIR)
1960 – 2017	Austria (AUT), Bulgaria (BGR), Czech Republic (CZE), Estonia (EST), France (FRA), Hungary (HUN), Ireland (IRL), Japan (JPN), Latvia (LVA), Lithuania (LTU), Slovakia (SVK), Luxembourg (LUX), Sweden (SWE), Switzerland (CHE), U.S.A. (USA)
1960 – 2018	Belgium (BEL), Finland (FIN), Norway (NOR)
1992 – 2008	Chile (CHL)
2002 – 2017	Croatia (HRV)
1990 – 2017	Germany (DEU)
1981 – 2013	Greece (GRC)
1983 – 2016	Israel (ISR)
1960 – 2014	Italy (ITA), Russia (RUS)
1960 – 2013	New Zealand (NZL), Ukraine (UKR)
1960 – 2015	Portugal (PRT)
2003 – 2018	Republic of Korea / South Korea (KOR)
1983 – 2017	Slovenia (SLV)
1970 – 2014	Taiwan (TWN)

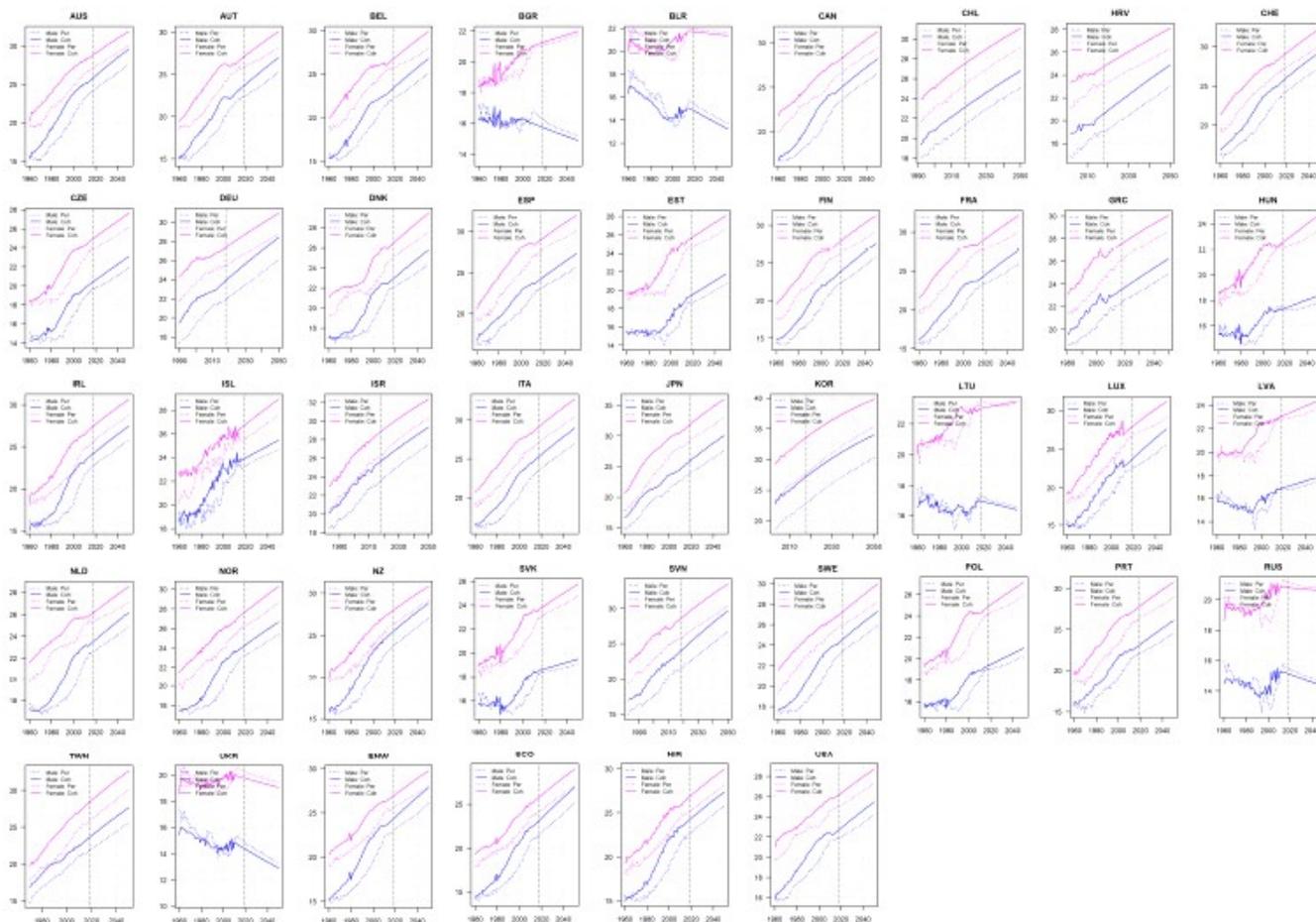
Como observamos en la tabla 2, la mayoría de los países disponen de información completa desde 1960 de forma que, en nuestro análisis, hemos seleccionado el periodo 1960 (o el primer año en que se dispone de la información necesaria, en su defecto) hasta 2018 (o el año más reciente con datos). El rango de edades seleccionado ha sido 60-110, analizando un total de 126 poblaciones (totales y desagregando por sexo). Las bases de datos usadas para los diferentes países proporcionan información suficiente para aplicar la metodología propuesta.

4. Resultados

La figura 1 muestra la esperanza de vida observada y predicha para individuos de 60 años de edad desde 1960 hasta 2050, por edad y sexo, por país. Según las estimaciones obtenidas, la esperanza de vida periodo y cohorte continuará aumentando en 37 de los 42 países analizados, tanto para la población total, como diferenciando por sexo. No obstante, según las estimaciones, la longevidad crecerá a diferentes tasas en los distintos países, también por sexo. Por ejemplo, en países como Bulgaria, Lituania o Rusia los resultados muestran un descenso en la esperanza de vida periodo y cohorte para los hombres en las próximas décadas. En Bielorrusia, Rusia y Ucrania, también para las mujeres. Además, las mejoras estimadas para las esperanzas de vida han ido cambiando en magnitud a lo largo de los años para todos los países, provocando cambios en aquellos que encabezan la lista de mayor número esperado de años de vida. A modo de ejemplo, en 1960, el ranking estuvo dominado por los países escandinavos; en 2019 el ranking (sobre todo, para las mujeres) lo encabezan Corea del Sur, Japón, Italia, España y Suiza. Para el 2050 nuestras estimaciones señalan a Corea del Sur, Japón, Eslovenia, Italia y Taiwan como los países con esperanzas de vida más elevadas.

Figura 1. Esperanza de vida periodo y cohorte observada y proyectada a los 60 años

Por sexo



Fuente: Elaboración propia

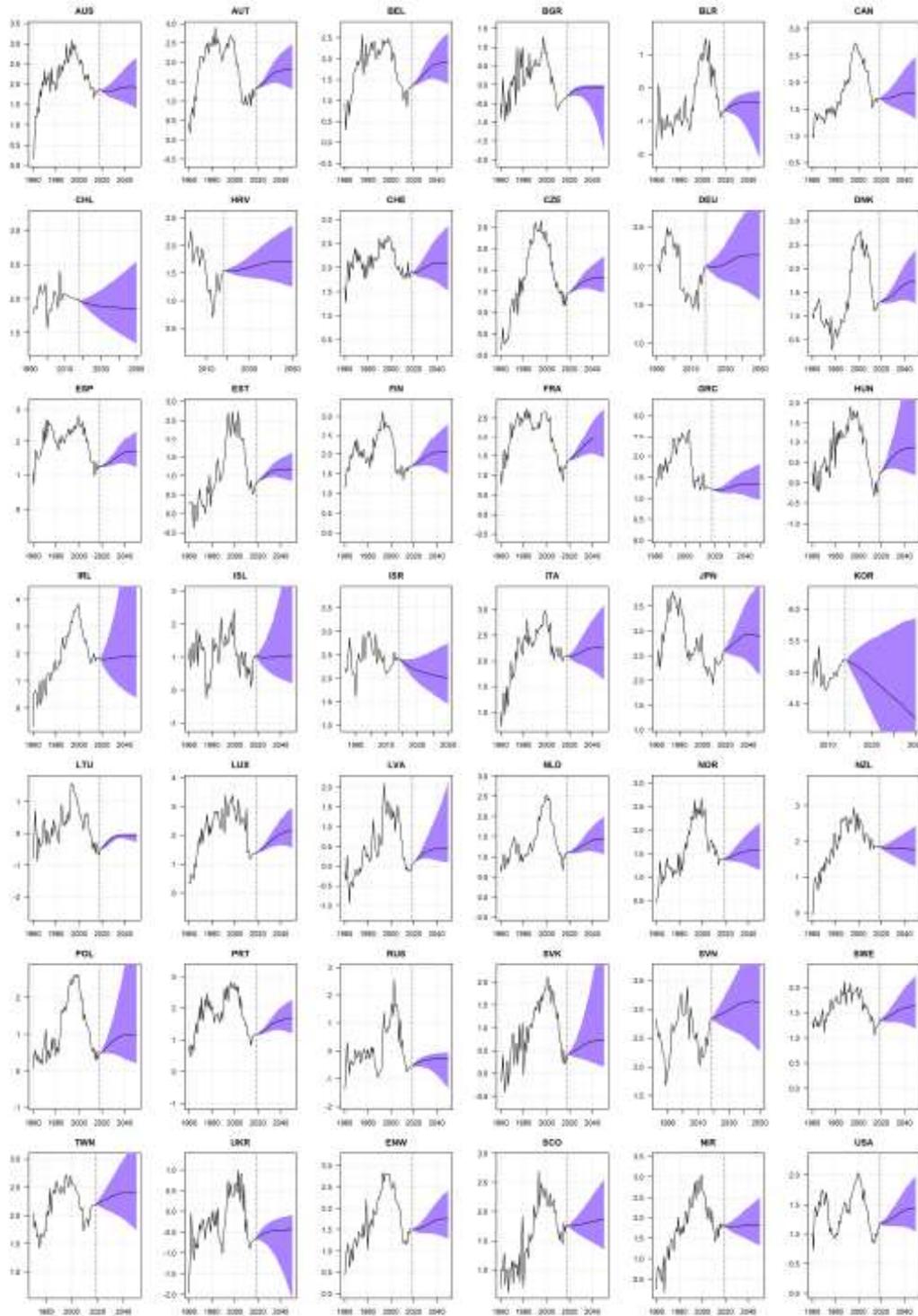
El análisis también revela que las esperanzas de vida observadas y proyectadas son mayores para las mujeres que para los hombres en los países analizados. La esperanza de vida para las mujeres se espera que rompa la barrera de los 90 años en 2050 en la mitad de los países analizados; en menor proporción de países, también en el caso de los hombres. Recordemos que este hito se presentaba como inalcanzable a principios de este siglo, aunque autores como Oeppen y Vaupel (2002) ya lo señalaron. La esperanza de vida cohorte para los hombres (mujeres) de 60 años se espera que aumente una media de 1.02 años (1.03 años) por década entre 1960 y 2050 con diferencias significativas entre los países. El incremento medio por país varía entre -0.34 (0.06) y 2.36 (2.21) años.

En la Figura 2 mostramos el gap esperado y proyectado a la edad de 60 años para la población total desde 1960 hasta 2050 por país, y las bandas de confianza al 95%. Como puede observarse, los resultados muestran que, para la mayoría de los países (37 de los 42), el gap es positivo, confirmando que las esperanzas de vida periodo tienden a infraestimar sistemáticamente la cantidad de años de vida a partir de esta edad. Solo en el caso de Bulgaria, Bielorrusia, Lituania, Rusia y Ucrania, donde el gap es negativo o cercano a cero, se proyecta un deterioro en la longevidad. El gap a los 60 años incluso supera los 5 años en alguno de los países y periodos analizados. Es el caso de Corea del Sur (5.42 años en 2006), seguido de Irlanda, Japón, Eslovenia, Luxemburgo, Finlandia, Australia e Irlanda del Norte, con gaps superiores a 3 años en algún momento del tiempo. Los gaps negativos de hasta 2 años se observan únicamente para los cinco países mencionados con anterioridad. El gap es naturalmente más pequeño en edades avanzadas pero sigue siendo significativo. Se espera, por tanto, que sigan produciéndose mejoras en la longevidad debido a una reducción más pronunciada (observada en las últimas décadas) de la mortalidad en las edades más elevadas que en las edades más jóvenes.

Las diferencias entre países se observan también por sexo y edad. De forma general, se observan mayores diferencias en el gap estimado para los hombres que para las mujeres. De forma agregada, se observan siempre tendencias con pendiente positiva (figuras 3, 4 y 5).

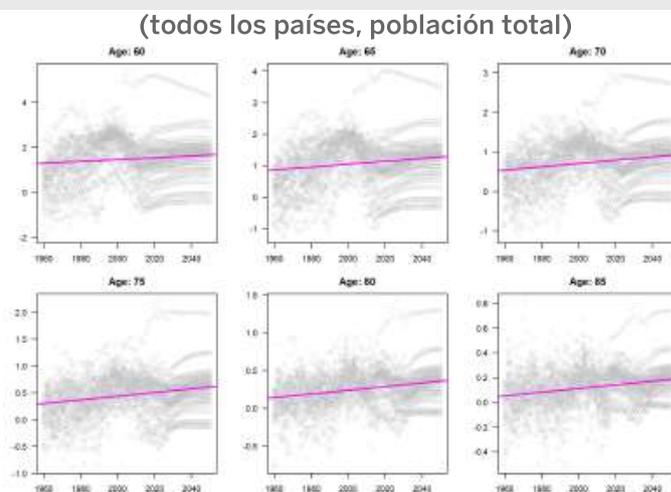
Para visualizar la variabilidad del gap estimado a la edad de 60 años, en la figura 6 usamos diagramas de caja (boxplot) para los diferentes países y años desde 1960 hasta el 2050 para el total de la población. El hecho de que prácticamente todas las cajas estén por encima del eje horizontal (0) indica la ya comentada existencia de gaps positivos en la mayoría de los países. No obstante, la variabilidad es mayor en unos que en otros. Es el caso, por ejemplo, de España, Francia y Luxemburgo donde la amplitud intercuartílica es mayor. La mediana del gap para el caso de España a lo largo del periodo de estudio es de aproximadamente 1.8 años. En el caso de Portugal, el comportamiento de la mediana es similar.

Figura 2. Gap entre esperanzas de vida a los 60 años (población total)



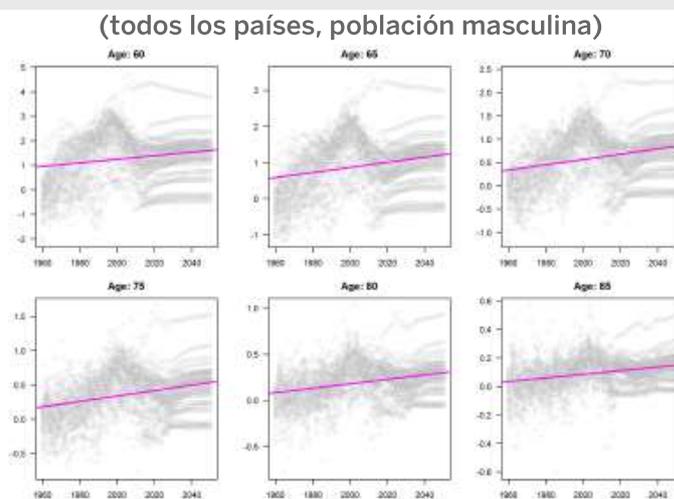
Fuente: Elaboración propia

Figura 3. Gap entre esperanzas de vida por edad y año



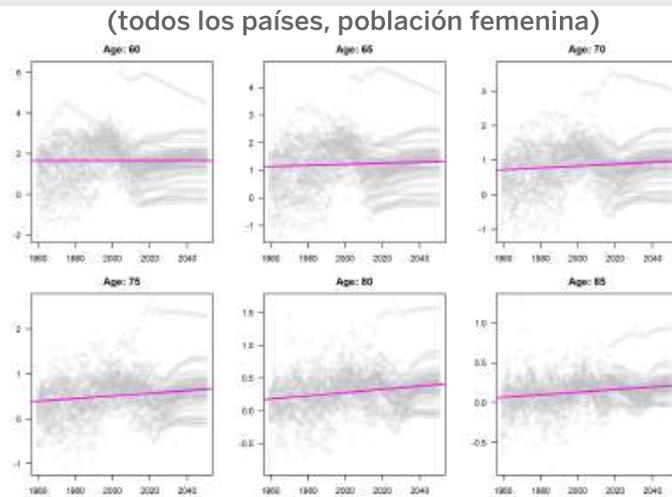
Fuente: Elaboración propia

Figura 4. Gap entre esperanzas de vida por edad y año



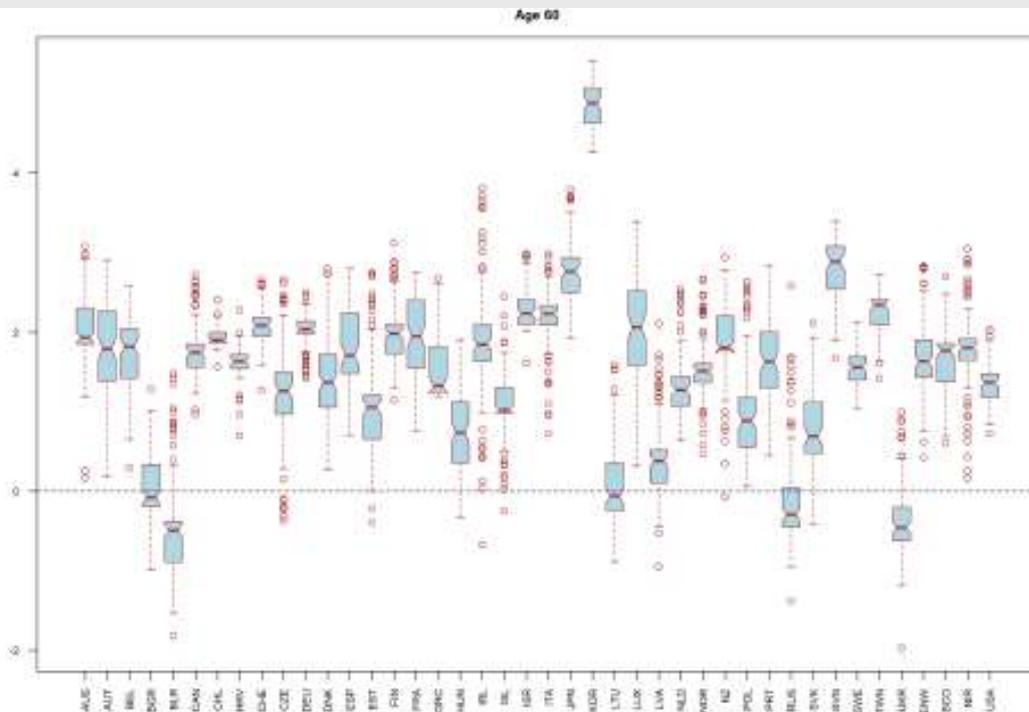
Fuente: Elaboración propia

Figura 5. Gap entre esperanzas de vida por edad y año



Fuente: Elaboración propia

Figura 6. Boxplot para la predicciones del gap entre esperanzas de vida a los 60 años (población total)



Fuente: Elaboración propia

Como ya hemos mencionado en páginas anteriores, un gap positivo o diferente de cero implica que las pensiones calculadas usando esperanzas de vida periodo en lugar de esperanzas de vida cohorte generan una tasa implícita (un subsidio si el gap fuese negativo) entre generaciones. La tabla 3 recoge las tasas y subsidios estimados para las cohortes de 65 años de edad en los años seleccionados como consecuencia de usar esperanzas de vida (unisex) en el cálculo de las pensiones. Los valores se han calculado usando la ecuación (3) en base a las esperanzas de vida estimadas medias para el total de la población, y se expresan en porcentajes. En términos generales, la magnitud de los subsidios entre generaciones puede alcanzar hasta un 20% en algunos países y periodos analizados. Por ejemplo, para 22 de los 42 países analizados el subsidio excede el 10% para la cohorte de 65 años en 2010. Aunque las proyecciones indican una disminución de dicho subsidio entre esa cohorte y la de 2050, aproximadamente en tres cuartas partes de los países analizados se espera un ligero crecimiento en los próximos años.

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que, en la mayoría de los países, la infraestimación en la esperanza de vida en las políticas sociales y otros ámbitos será persistente a lo largo del tiempo, y a pesar de las elevadas probabilidades de supervivencia en edades avanzadas ya alcanzadas en muchos países, todavía queda algún margen (quizá pequeño) para mejoras de longevidad.

Tabla 3. Tasas/subsidios implícitos derivados del uso de esperanzas de vida periodo (unisex) a la edad de 65 años en los años seleccionados

Country	Year					Country	Year				
	1960	1980	2000	2019	2050		1960	1980	2000	2019	2050
AUS	2.5	7.1	10.3	6.3	6.1	ITA	3.9	12.8	10.7	7.2	7.2
AUT	2.5	12.1	10.0	4.2	6.1	JPN	10.4	17.0	8.6	8.3	8.8
BEL	4.3	12.1	10.5	4.3	6.5	KOR	-	-	-	18.7	12.3
BGR	-3.7	-1.1	6.0	-1.9	-0.4	LTU	-3.4	0.7	3.4	-3.4	-0.3
BLR	-5.0	-2.8	3.2	-3.7	-2.2	LUX	2.5	12.5	13.4	4.2	7.2
CAN	6.7	5.0	10.8	5.8	5.8	LVA	-1.9	1.4	4.9	-0.6	1.9
CHL	-	-	6.7	7.4	6.1	NLD	4.0	3.6	10.4	3.6	5.0
HRV	-	-	NA	6.0	6.2	NOR	2.4	4.5	9.8	4.8	5.3
CHE	7.5	9.4	10.4	6.3	6.7	NZL	2.3	10.5	8.6	6.6	5.7
CZE	-1.6	6.2	11.4	3.2	4.9	POL	0.9	4.2	11.8	1.2	3.9
GER	-	-	7.5	7.2	7.1	PRT	1.9	8.5	11.7	3.6	5.6
DNK	6.6	4.1	9.7	4.4	6.1	RUS	-5.4	-0.2	6.1	-3.0	-1.4
ESP	5.7	9.1	10.4	3.8	5.6	SVK	0.2	3.2	9.4	1.0	3.0
EST	1.5	3.1	12.1	2.7	4.5	SVN	-	-	12.0	10.5	10.1
FIN	5.1	8.4	12.0	5.8	6.8	SWE	6.4	7.4	7.2	4.4	5.5
FRA	6.7	11.5	10.6	3.9	6.4	TWN	-	6.0	10.2	8.0	7.9
GRC	-	-	10.5	4.2	4.5	UKR	-5.5	-0.8	1.4	-3.5	-2.3
HUN	2.9	3.4	6.6	-0.3	3.9	ENW	3.1	6.4	11.3	5.2	5.9
IRL	0.1	6.7	17.2	6.6	6.2	SCO	4.1	4.6	10.6	6.8	6.4
ISL	1.6	-0.9	3.7	3.7	3.6	NIR	2.0	9.2	12.5	6.8	6.1
ISR	-	-	11.7	8.8	6.3	USA	6.0	3.7	8.7	3.9	4.9

Nota: Tasa implícita (cuando es negativo) y subsidio (cuando es positivo) que la cohortes de 65 años de edad en un año dado pagarán/recibirán como consecuencia de usar esperanzas de vida periodo en lugar de esperanzas de vida cohorte en el cálculo de las pensiones. Valores en porcentajes calculados en base a la ecuación (3).

5. Indexación de las pensiones en función de la esperanza de vida

Las reglas de indexación constituyen un aspecto muy importante tanto en el diseño de los sistemas públicos de pensiones como en los privados. Afectan no solo a la sostenibilidad de los diferentes esquemas, sino también y de forma relevante, a la suficiencia de las prestaciones. La forma en la que se revalorizan anualmente las pensiones no es homogénea en los diferentes países. A lo largo del tiempo los factores de indexación basados en índices de precios al consumo, en revalorizaciones salariales o en indicadores de productividad han sido los más frecuentes, pero, en la actualidad, diferentes reformas dirigidas a garantizar la sostenibilidad presupuestaria de los esquemas han puesto de relieve la necesidad de utilizar factores de indexación adicionales (Chuliá y Herce, 2019).⁵

Aunque la tasa de inflación se encuentra en niveles históricamente bajos en muchos países, la indexación de las pensiones por debajo del nivel de precios erosiona el poder de compra de los pensionistas y plantea el debate sobre la suficiencia de las prestaciones (European Commission, 2015). En principio, condicionar la indexación de las pensiones a la experiencia en supervivencia de una determinada cohorte de pensionistas es una de las políticas que podrían seguirse para corregir el gap entre esperanzas de vida en la fase de desacumulación o de cobro de las prestaciones.

Asumamos que para una determinada tasa de descuento y_t se pretende ajustar la tasa de revalorización de las pensiones con el objetivo de eliminar la tasa/subsidio intergeneracional derivada del gap entre esperanzas de vida, manteniendo el resto de parámetros constantes. Denotamos por π_t^P la tasa de indexación usada en el periodo t y por π_t^C la tasa de indexación neutral y actuarialmente justa; por tanto, la tasa consistente con la equidad intergeneracional. La estimación del monto total por pensiones que cobrarán los trabajadores jubilados vendrá dada por la expresión (Bravo, Ayuso, Holzmann, y Palmer, 2020):

$$\Delta^d PW_{x_r, g}(t) = B_t^{x_r(t)} \left[\sum_{t=1}^{\omega-x_r} \left({}_t p_{x_r}^{[C]}(t) (1 + \pi_t^C)^t - {}_t p_{x_r}^{[P]}(t) (1 + \pi_t^P)^t \right) (1 + y_t)^{-t} \right] \quad (4)$$

Donde ${}_t p_{x_r}^{[P]}$ y ${}_t p_{x_r}^{[C]}$ indican las probabilidades temporales de supervivencia usando metodologías periodo y cohorte, respectivamente. Para eliminar las tasas/subsidios implícitos generados por el gap entre esperanzas de vida, $\Delta^d PW_{x_r, g}(t)$ ha de ser igual a cero. Asumir que los países continúan haciendo uso de estimaciones periodo para calcular las pensiones en el momento de alta al sistema implicaría utilizar la siguiente regla de indexación de las pensiones en momentos posteriores (Bravo, Ayuso, Holzmann, y Palmer, 2020):

⁵ Ver, por ejemplo, en España, la definición del Índice de Revalorización de las Pensiones en la Reforma llevada a cabo en el año 2013.

$$\pi_t^C = \left[(1 + \pi_t^P)^t \times \frac{{}_t p_{x_r}^{[P]}(t)}{{}_t p_{x_r}^{[C]}(t)} \right]^{\frac{1}{t}} - 1 \quad (5)$$

con $\pi_t^C \in \mathbb{R}$.

A partir de la ecuación (5) se deduce que si las probabilidades de supervivencia de una determinada cohorte de pensionistas en el momento t son mayores (menores) que las consideradas en su edad de jubilación, entonces la tasa anual de indexación de sus pensiones debería disminuir (aumentar) en relación a la tasa de revalorización inicialmente estipulada, para ser consistentes con el valor actual actuarial de las percepciones futuras por pensiones calculadas en el momento inicial de entrada en jubilación. Si las probabilidades de supervivencia periodo coinciden con las probabilidades de supervivencia cohorte ${}_t p_{x_r}^{[C]} = {}_t p_{x_r}^{[P]} \forall t$, entonces $\pi_t^C = \pi_t^P$.

Estrictamente hablando, la neutralidad actuarial requeriría indexar las pensiones de forma diferente dependiendo de la cohorte a la que pertenece la persona que percibe la pensión, una solución que podría ser políticamente sensible y difícil de implementar en la práctica. Como ya hemos comentado, la mayoría de países tienen mecanismos de indexación basados en índices de precios, salariales o de Producto Interior Bruto (o una mezcla de ellos), incluyendo, en algunos casos, una indexación progresiva (redistributiva) que garantiza mayores tasas de indexación para las pensiones más bajas, pero sin incluir consideraciones sobre factores demográficos como las diferencias entre las esperanzas de vida por cohortes. No obstante, y para prevenir la menor revalorización, por ejemplo, en edades más avanzadas (85+), la regla de indexación planteada en la ecuación (5) podría aplicarse solo hasta ciertos rangos de edad.⁶

En la figura 7 presentamos la tasa de indexación anual ajustada para las cohortes de 65 años de edad que se jubilaron en 2019, considerando probabilidades de supervivencia unisex y asumiendo una tasa de inflación teórica del 2% en todos los países a lo largo del tiempo; por tanto, $\pi_t^P = 2\% (t = 2019, 2020, \dots)$.

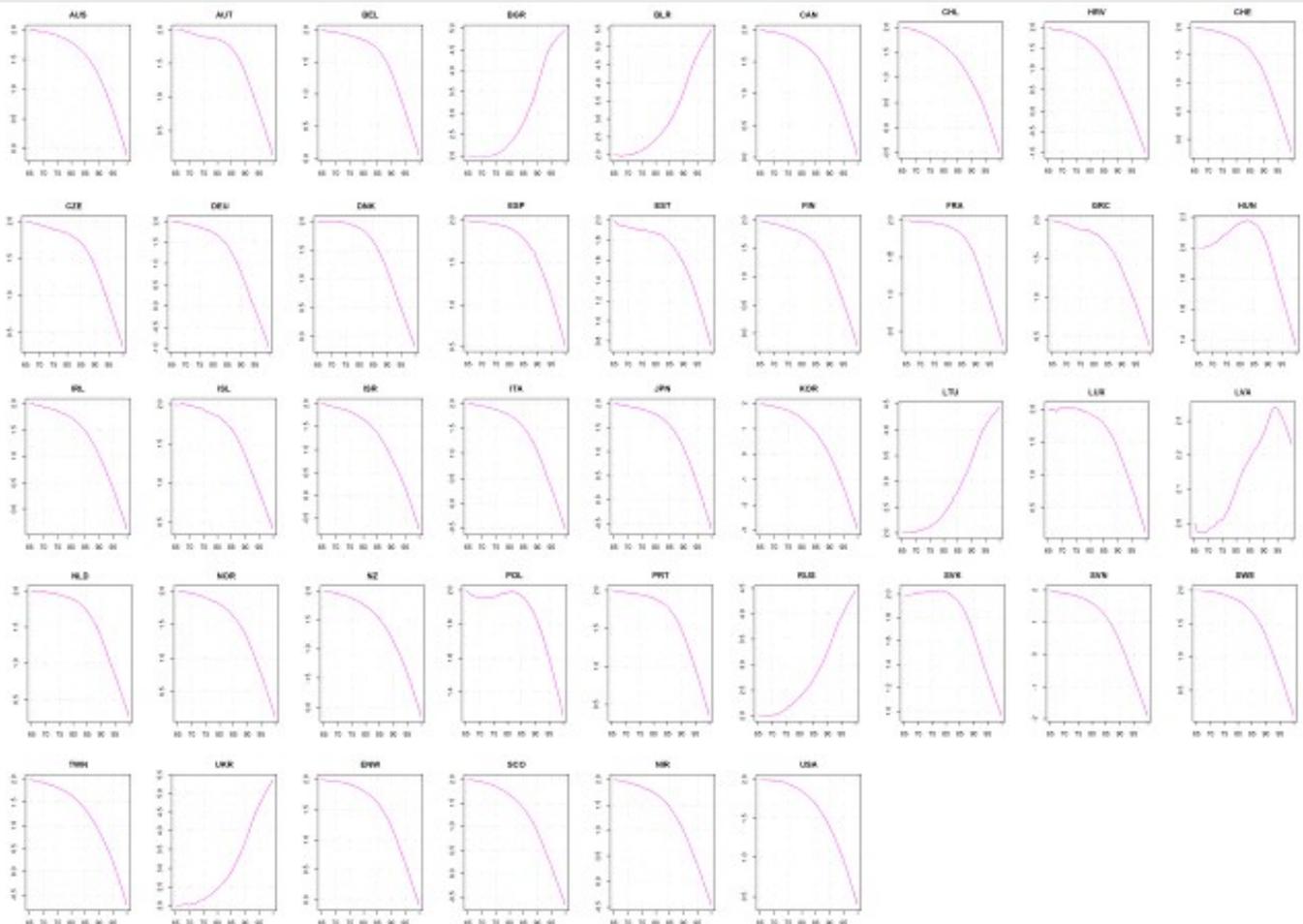
Los resultados indican que, para los países con un gap estimado positivo (negativo), la tasa de indexación se iría reduciendo (aumentando) gradualmente desde el 2% anual con el objetivo de restaurar la equidad actuarial entre generaciones. La corrección varía entre países (y cohortes) y tiende a aumentar con la edad como consecuencia de la aceleración en el descenso de la mortalidad en las edades más avanzadas ya referida, pudiendo incluso arrojar tasas de indexación negativas (por tanto, reducciones nominales en pensiones) en aquellos países en los que se infraestima de forma significativa la vida futura a partir de la jubilación. Por el contrario, aquellos países que sobreestiman la esperanza de vida en la edad de jubilación (gap negativo)

⁶ Como consecuencia de la mayor longevidad que se viene observando en edades avanzadas y que acentuaría las diferencias entre las probabilidades de supervivencia periodo y cohorte calculadas en estas franjas de edad.

pueden afrontar incrementos en la tasa de revalorización de sus pensiones sin afectar, desde este punto de vista, a la sostenibilidad y equidad actuarial de sus sistemas.

Aun cuando condicionar directa y únicamente la revalorización anual de las pensiones a las mejoras actuales en la esperanza de vida puede no ser factible (sobre todo, debido a la aleatoriedad que rodea a cualquier análisis de series), indexar las prestaciones en base a un indicador que tenga en cuenta la longevidad actual y las tasas de retorno puede tener ventajas, incluida la indexación de las prestaciones con la tasa de crecimiento de los salarios reales de todos los cotizantes, con el objetivo de mantener el valor relativo de las pensiones en relación a los salarios, lo que implicaría un cambio permanente en la protección de la tercera edad (Palmer y Zhao de Gosson de Varennes, 2020). En el contexto de los sistemas de pensiones privados existen ya productos que asocian las prestaciones a la evolución de la longevidad, como han sido tradicionalmente las rentas vitalicias y , más recientemente, productos como los seguros de longevidad, los fondos de rentas vitalicias agrupadas o los contratos de cobertura del riesgo de longevidad (Bravo y Díaz-Giménez, 2014).

Figura 7. Tasas anuales de indexación ajustadas para las cohortes de 65 años de edad jubiladas en 2019



Fuente: Elaboración propia

6. Conclusiones

El análisis del gap existente entre las estimaciones para las esperanzas de vida obtenidas a partir de métodos periodo (esperanzas de vida habitualmente usadas en el diseño de los sistemas de pensiones, bajo los diferentes esquemas) y las estimaciones obtenidas mediante métodos cohorte, pone de manifiesto cómo las esperanzas de vida periodo tienen a infraestimar de forma sistemática el tiempo esperado de años de vida para una persona a partir de la edad de jubilación, con un impacto relevante en las mediciones que se realizan en el valor esperado de las prestaciones futuras por pensiones.

El análisis realizado para 42 países de la OCDE, entre los que se encuentran España y Portugal, no solo confirma este resultado sino que, para la mayoría de los países, revela que el gap a la edad de jubilación es persistente e incluso se espera que aumente en las próximas décadas. El grado de infraestimación derivado del uso de esperanzas de vida periodo aumenta a medida que las tasas de mortalidad disminuyen, algo que viene sucediéndose en los últimos años, con una reducción significativa en las probabilidades de fallecimiento de la población de mayor edad.

En la estimación de las esperanzas de vida cohorte usamos una nueva modelización conjunta (*Bayesian Model Ensemble approach*) que combina simultáneamente diferentes modelos de proyección tradicionalmente empleados de forma individual, lo que permite reducir la incertidumbre en la selección del modelo predictivo (riesgo de modelo) y el riesgo de parámetros. La magnitud estimada del gap entre esperanzas de vida a la edad de jubilación puede ser utilizada en el análisis de la equidad actuarial intergeneracional (Ayuso, Bravo, and Holzmann 2017, 2018, 2019; Bravo, Ayuso, Holzmann, y Palmer, 2020). De hecho, el gap nos permite estimar la cuantía de prestaciones derivada de la adopción de una medida incorrecta de la cantidad de vida futura. Cuanto mayor sea el gap, más significativa será la deuda implícita transferida a generaciones futuras. En términos generales, la magnitud de los subsidios entre generaciones puede alcanzar hasta un 20% en algunos países y periodos analizados. Por ejemplo, para 22 de los 42 países analizados, el subsidio excede el 10% para la cohorte de 65 años en 2010. Aunque las proyecciones indican una disminución de dicho subsidio entre dicho año y la cohorte de 2050, aproximadamente en tres cuartas partes de los países analizados se espera un ligero crecimiento en los próximos años. En España y Portugal los subsidios se estiman aproximadamente en un 3.8% y 3.6% respectivamente, en el año 2019.

Son diferentes las políticas seguidas en las últimas reformas de los sistemas de pensiones que usan la esperanza de vida de forma explícita o implícita en sus cálculos (retraso en la edad legal de jubilación, diseño de penalizaciones/bonificaciones para las jubilaciones anticipadas/posteriores a la edad legal de jubilación, diseño de factores de sostenibilidad, entre otras), de modo que la infraestimación en su medición puede afectar directamente a los cambios realizados. En este documento planteamos un indicador para la indexación anual de las pensiones que corrija el gap entre esperanzas de vida partiendo de una revalorización anual teórica del 2%. Los resultados ponen de manifiesto claramente el efecto de la infraestimación de las esperanzas de vida, sobre todo, para la edades más avanzadas, en las que los efectos de la longevidad son más acusados. Aunque difícil de implementar en la práctica, al menos en todos los rangos de edades de la población jubilada, por la menor revalorización que podría producirse en aquellas edades en las que los descensos de las tasas de mortalidad sean más pronunciados, la medida alerta de la conveniencia de incluir en el cálculo de las prestaciones (derivadas tanto de sistemas públicos como privados de pensiones) mediciones adecuadas de las esperanzas de vida, y/o medidas correctoras de las desviaciones producidas en sus estimaciones.

Referencias

- Alho, J., Bravo, J. M., Palmer, E. (2013). Annuities and life expectancy in NDC. In Holzmann, R., Palmer, E., Robalino, D. (Eds.) Nonfinancial defined contribution pension schemes in a changing pension world, Vol. 2, Gender, Politics, and Financial Stability, 395-436.
- Ayuso, M., Bravo, J. M., Holzmann, R. (2019). Getting life expectancy estimates right for pension policy period versus cohort approach. *Journal of Pension Economics and Finance*, in press.
- Ayuso, M., Bravo, J. M., Holzmann, R. (2018). El cálculo adecuado de la esperanza de vida para la política previsional: en enfoque por periodos frente al enfoque por cohortes. Documentos de trabajo Instituto BBVA de Pensiones, 23, Madrid
- Ayuso, M., Bravo, J. M., Holzmann, R. (2017). Addressing longevity heterogeneity in pension scheme design. *Journal of Finance and Economics*, 6(1), 1-21.
- Ayuso, M., Corrales, H., Guillen, M., Pérez-Marín, A. M., Rojo, J. L. (2001) Estadística Actuarial Vida. Barcelona: Ediciones UB (2ª edición: 2006).
- Biffis, E. (2005). Affine processes for dynamic mortality and actuarial valuations. *Insurance: Mathematics and Economics*, 37(3), 443-468.
- Biffis, E., Millossovich, P. (2006). The fair value of Guaranteed Annuity Options. *Scandinavian Actuarial Journal*, 19, 23-41.
- Blackburn, C., Sherris, M. (2013). Consistent dynamic affine mortality models for longevity risk applications. *Insurance: Mathematics and Economics*, 53, 64-73.
- Blake, D., Cairns, A. J. G., Dowd, K., Kessler, A. R. (2019). Still living with mortality: The longevity risk transfer market after one decade. *British Actuarial Journal*, 24, 1-80.
- Booth, H., Tickle, L. (2008). Mortality modelling and forecasting: A review of methods. *Annals of Actuarial Science*, 3(1-2), 3-43.
- Bravo, J. M. (2011). Pricing longevity bonds using Affien- Jump Diffusion Models. CEFAGE- UEWorking Paper 011/29. Disponible en: https://ideas.repec.org/p/cfe/wpcefa/2011_29.html.
- Bravo, J. M., Ayuso, M., Holzmann, R., Palmer, E. (2020). Addressing the life expectancy gap in pension policy. Workshop on Longevity Heterogeneity and Pension Design. Louvain-la-Neuve (UCL-Belgium), Brussels, January 28 (también Fifteenth International Longevity Risk and Capital Markets Solutions Conference, Washington DC, USA, September 12-13). Paper submitted.
- Bravo, J. M., Díaz-Giménez, J. (2014). ¿La longevidad es un riesgo asegurable? Cubriendo lo incubible. Documentos de trabajo Instituto BBVA de Pensiones, 9, Madrid.
- Bravo, J. M., Nunes, J. P. V. (2020). Pricing longevity swaps via Option Decomposition and Fourier Transforms. Preprint submitted to *Insurance: Mathematics and Economics*.
- Brouhns, N., Denuit, M., Vermunt, J. (2002). A Poisson Log-Bilinear Regression approach to the construction of projected life tables. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31, 373-393.

- Cairns, A. J. G., Blake, D., Dowd, K. (2006a). A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: Theory and calibration. *Journal of Risk and Insurance*, 73, 687-718.
- Cairns, A. J. G., Blake, D., Dowd, K. (2006b). Pricing death: Framework for the valuation and securitization of mortality risk. *ASTIN Bulletin*, 36, 79-120.
- Cairns, A. J. G., Blake, D., Dowd, K. (2008). Modelling and management of mortality risk: A Review. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2-3, 79-113.
- Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G., Epstein, D., Ong, A., Balevich, I. (2009). A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England and Wales and the United States. *North American Actuarial Journal*, 13(1), 1-35.
- Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G., Khalaf-Allah, M. (2011). Bayesian stochastic mortality modelling for two populations. *ASTIN Bulletin*, 41, 29-59.
- Chuliá, E., Herce, J. A. (2019). Diez preguntas sobre la revalorización de las pensiones. Documentos de trabajo Instituto BBVA de Pensiones, 26, Madrid.
- Currie, I. (2016). On fitting generalized linear and non-linear models of mortality. *Scandinavian Actuarial Journal*, 4, 356-383.
- Currie, I., Durban, M., Eilers, P. (2004). Smoothing and forecasting mortality rates. *Statistical Modelling*, 4, 279-298.
- Dahl, M. (2004). Stochastic mortality in life insurance: Market reserves and mortality-linked insurance contracts. *Insurance: Mathematics and Economics*, 35(1), 113-136.
- Dowd, K., Cairns, A., Blake, D., Coughlan, G., Khalaf-Allah, M. (2011). A gravity model of mortality rates for two related populations. *North American Actuarial Journal*, 15, 334-356.
- European Commission (2015). The 2015 pension adequacy report: Current and future income adequacy in old age in the EU, Vol. I, Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Human Mortality Database (2019). University of California, Berkeley (USA), y Max Planck Institute for Demographic Research (Germany). Available at www.mortality.org or www.humanmortality.de (datos descargados el 15 de Agosto de 2019).
- Hunt, A., Blake, D. (2014). A general procedure for constructing mortality models. *North American Actuarial Journal*, 18(1), 116-138.
- Hunt, A., Blake, D. (2015). On the structure and classification of mortality models. Pension Institute Working Paper. URL: <http://www.pensions-institute.org/workingpapers/wp1506.pdf>.
- Hunt, A., Villegas, A. M. (2017). Mortality improvement rates: Modeling and parameter uncertainty. In *Living to 100*, Society of Actuaries International Symposium. Retrieved from <https://www.soa.org/essays-monographs/2017-living-to-100/2017-living-100-monograph-hunt-villegas-paper.pdf>
- Hyndman, R., Ullah, S. (2007). Robust forecasting of mortality and fertility rates: A functional data approach. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, 4942-4956.

- Kontis, V., Bennett, J., Mathers, C., Li, G., Foreman, K., Ezzati, M. (2017). Future life expectancy in 35 industrialised countries: projections with a Bayesian model ensemble. *Lancet*, 389 (10076), 1323-1335.
- Lee, R., Carter, L. (1992). Modeling and forecasting U.S. mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), 659-671.
- Li, N., Lee, R. (2005). Coherent mortality forecasts for a group of populations: An extension of the Lee-Carter Method. *Demography*, 42, 575-594.
- Li, J., Zhou, R., Hardy, M. R. (2015). A step-by-step guide to building two-population stochastic mortality models. *Insurance: Mathematics and Economics*, 63, 121-134.
- Milevsky, M., Promislow, S. (2001). Mortality derivatives and the option to annuitise. *Insurance: Mathematics and Economics*, 29, 299-318.
- Oeppen, J., Vaupel, J. (2002). Broken limits to life expectancy. *Science*, 296 (5570), 1029-31.
- Palmer, E., Alho, J., Zhao de Gosson de Varennes, Y. Z. (2019). Projecting cohort life expectancy from the changing relationship between period and cohort mortalities. University of Upp-sala/University of Helsinki (mimeo), January.
- Palmer, E., Zhao de Gosson de Varennes, Y. Z. (2020). Annuities in (N)DC Pension Schemes: Design, heterogeneity, and estimation issues. In Holzmann, R., Palmer, E., Palacios, R., Sacchi, S. (Eds). *Progress and challenges of Nonfinancial Defined, Contribution Pension Schemes, Vol. 1. Addressing marginalization, polarization, and the labor market*. Washington, DC, World Bank, 281-306.
- Plat, R. (2009). On stochastic mortality modeling. *Insurance: Mathematics and Economics*, 45(3), 393-404.
- Renshaw, A., Haberman, S. (2003). Lee-Carter mortality forecasting with Age-Specific Enhancement. *Insurance: Mathematics and Economics*, 33(2), 255-272.
- enshaw, A., Haberman, S. (2006). A cohort-based extension to the Lee-Carter Model for mortality reduction factors. *Insurance: Mathematics and Economics*, 38(3), 556- 570.
- Schrager, D. (2006). Affine stochastic mortality. *Insurance: Mathematics and Economics*, 35(1), 81-97.
- Villegas, A. M., Haberman, S., Kaishev, V. V., Millossovich, P. (2017). A comparative study of two-population models for the assessment of basis risk in longevity hedges. *ASTIN Bulletin*, 47(3), 631-679.
- Villegas, A. M., Millossovich, P., Kaishev, V. V. (2018). StMoMo: An R Package for stochastic mortality modelling. *Journal of Statistical Software*, 84(3), 1-38.
- Zhu, W., Tan, K., Wang, C-W. (2017). Modeling multicountry longevity risk with mortality dependence: A Lévy Subordinated Hierarchical Archimedean Copulas approach. *The Journal of Risk and Insurance*, 84(S1), 477-494.